

零方程模型用于空调通风房间 气流组织数值模拟的研究^{*}

清华大学 陈晓春[☆] 朱颖心

西安交通大学 王 元

摘要 为了对 Chen 提出的零方程模型进行评价,研究了三种典型的空调通风房间气流组织工况(强迫对流、混合对流和自然对流),同时采用 Prandtl 的混合长度理论和双方程 $K-\epsilon$ 湍流模型的计算结果作为比较。研究表明,总体来说 Prandtl 的混合长度理论能够获得比 Chen 的零方程模型更好的结果;从这两种零方程模型的构造分析,Prandtl 混合长度理论较为合理,但 Chen 的零方程模型更容易收敛。相对于双方程 $K-\epsilon$ 湍流模型,零方程模型仍属于低级模型,计算精度有限,但它能极大地节约计算资源。

关键词 零方程模型 空调通风 气流组织 混合长度理论 双方程 $K-\epsilon$ 湍流模型

Airflow simulation in air-conditioned and ventilated rooms with zero-equation model

By Chen Xiaochun[★], Zhu Yingxin and Wang Yuan

Abstract Evaluates the zero-equation model provided by Chen based on CFD simulation of three typical airflows (forced convection, mixed convection and natural convection) in air-conditioned and ventilated rooms. The simulation results by applying zero-equation model are compared with those by adopting Prandtl mixing length theory and $K-\epsilon$ two equation model. The results show that Prandtl mixing length theory predicts airflows better than zero-equation model provided by Chen, and that Prandtl mixing length theory is more reasonable than zero-equation model provided by Chen but Chen's model seems easier to converge from the analyses of their construction. Compared with $K-\epsilon$ two equation model, zero-equation model with low accuracy is still a low-level model, but it can save much computing cost.

Keywords zero-equation model, air conditioning and ventilation, air distribution, mixing length theory, $K-\epsilon$ two equation model

[★] Tsinghua University, Beijing, China

①

0 引言

1998 年,Chen 等人提出一种新的零方程模型用以解决通风空调房间气流组织的数值计算问题^[1],该模型的基本思想是将湍流黏度归结为当地平均速度和长度尺度的函数。由于该模型应用起来非常方便,并且计算量比标准 $K-\epsilon$ 模型小很多,

它逐步受到工程研究人员重视。2001 年,该模型被 Fluent 公司采用,并在其商用 CFD 软件 Airpak

①[☆] 陈晓春,男,1974 年 1 月生,工学博士,博士后,助理研究员
100084 清华大学建筑技术科学系
(O) 13811834126
E-mail: chenxc@mail. tsinghua. edu. cn

收稿日期:2005-09-14

修回日期:2006-07-11

^{*} 国家自然科学基金资助项目(编号:50278044,50478008)

中采纳,对其在国际暖通空调领域内的广泛使用起了推动作用。

我国研究人员在许多研究中使用过零方程模型。2001 年赵彬等人在通风空调气流组织的数值计算中采用了该模型,他们通过研究认为利用零方程模型能够快速获得模拟结果,并能够保证一定的准确度;对室内空气自然对流和强迫对流共存的混合对流采用零方程模型可以获得比 $K-\epsilon$ 模型更加准确的结果^[2]。在他们之后的许多研究中都采用了零方程模型对空调通风房间的气流组织进行数值计算^[3-6]。2001 年简晓文对 Chen 提出的零方程模型进行改进,通过与实验结果进行比较验证后,将它用于汽车空调车室的设计计算中^[7]。国内其他研究人员利用零方程模型进行的相关研究见文献^[8-10]。

本文主要对 Chen 提出的零方程模型进行评价,采用的方法是利用零方程模型对通风空调气流组织中三种典型工况——强迫对流、混合对流和自然对流进行研究。同时作为比较,本文还采用 Prandtl 的混合长度理论和双方程 $K-\epsilon$ 湍流模型对上述三种气流组织形式进行了计算。

1 零方程模型

关于标准 $K-\epsilon$ 模型,在很多文献中都有详细的介绍,本文就不再述及。现对 Prandtl 的混合长度理论和 Chen 提出的零方程模型进行简要介绍。

1.1 Prandtl 的混合长度理论^[11]

混合长度理论 (mixing length theory) 是 Prandtl 在 1925 年提出的。在湍流数值计算理论中,混合长度属于零方程模型,其湍流黏度 μ_t 可以表示为

$$\mu_t = \rho l_m^2 S \quad (1)$$

式中 ρ 为密度, kg/m^3 ; l_m 为混合长度, m ,在不同的流动形式中它的值并不相同,具体见文献^[12],本文采用的计算式为: $l_m = \min(\kappa d, 0.09 d_{\max})$,其中 κ 为 von Karman 常数, $\kappa = 0.419$, d 为与壁面的距离, m , $d_{\max}$ 为距壁面最长距离, m ; S 定义如下: $S \equiv \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$, 其中 $i, j = 1, 2, 3$, S_{ij} 为时均应变变化

率张量, s^{-1} , 定义为 $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ 。

虽然混合长度理论有种种缺陷,但是利用它预测一些流动时仍然可以获得比较好的结果,比如自由剪切层流动、边界层流动等简单流动。通常认为

混合长度理论不适用于有回流流动的预测。

1.2 Chen 的零方程模型

Chen 的零方程模型与 Prandtl-Kolmogorov 的假设有很大相似。在混合长度理论中湍流黏度 μ_t 仅与几何位置及时均速度有关,而与湍流的特性参数无关。正是基于此, Prandtl 和 Kolmogorov 各自提出了计算 μ_t 的表达式:

$$\mu_t = c \rho K^{\frac{1}{2}} l \quad (2)$$

式中 c 为经验常数; K 为湍流动能; l 为湍流脉动长度尺度。此式表明湍流黏度与湍流动能 K 和湍流脉动长度尺度 l 有关。

Chen 等人正是从上述表达式中提出了一个简单的代数方程式来表示湍流黏度,即

$$\mu_t = 0.03874 \rho v l \quad (3)$$

式中 v 为当地时均速度。他们将湍流黏度看作当地时均速度和长度尺度的函数,其中长度尺度被定义为与最近壁面的距离。

2 数值模拟方法

采用有限容积法离散方程,对流项差分格式中,强迫对流和混合对流采用了二阶迎风格式,自然对流采用了一阶迎风格式,压力梯度项、扩散项均采用二阶中心差分格式,压力速度耦合采用 SIMPLE 算法。

对于强迫对流工况,采用 $K-\epsilon$ 模型计算时总共布置了 100×118 个网格节点,网格划分采用非均分网格,近壁面处网格划分较密,离开壁面第一排网格的量纲一距离 $y^+ \approx 1$,壁面采用双层壁面模型进行处理^[13]。计算中进口边界条件给定为充分发展条件,而出口边界条件按照局部单向化处理。在利用零方程模型进行计算时,网格划分原则与采用 $K-\epsilon$ 模型类似。

对于混合对流工况,计算时总共布置了 70×92 个网格节点,网格划分、壁面边界条件以及进出口边界条件处理均与强迫对流相似。

在自然对流工况中,则总共布置了 60×100 个网格节点。

3 强迫对流

3.1 问题描述

对于通风空调房间,强迫对流工况是最为常见的一种送风工况,像夏季房间机械送风就是一个典型的例子。本文计算所比较的实验数据源自文献^[14],其作者对一个典型房间的通风工况进行了测

定。计算的几何模型如图 1 所示, $L/H=3.0$, 进口尺寸 $h_{in}=0.056H$, 出口尺寸 $h_{out}=0.16H$ 。特征尺寸为进口尺寸 h_{in} , 气流雷诺数为 5 000。

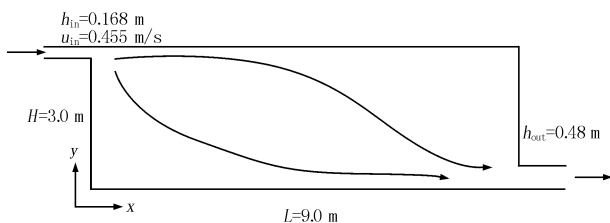


图 1 强迫对流几何模型

3.2 计算结果

图 2 为利用三种湍流模型预测的流线图。从图中可以明显看出, 三种模型预测的流线结果有很大的不同, 主要体现在房间右上角和左下角的涡的尺度上, 双方程 $K-\epsilon$ 模型预测这两个涡的尺度最小, Prandtl 的混合长度理论预测的结果要比双方程 $K-\epsilon$ 模型偏大, 而 Chen 的零方程模型预测的结果是最大的。从与实验测量结果对比来看, 双方程 $K-\epsilon$ 模型预测的流形最准确, 其次为混合长度理论, Chen 的零方程模型预测结果最差。

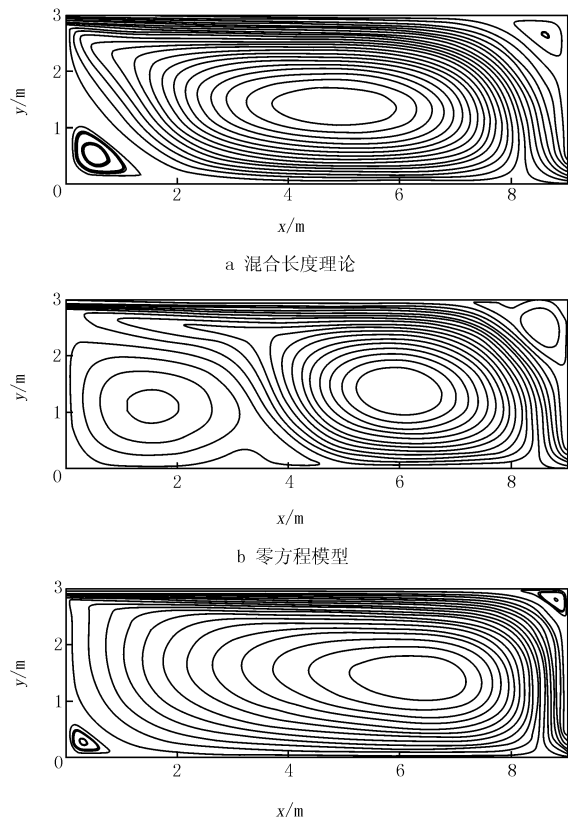


图 2 各种湍流模型预测的结果

图 3 为各个剖面速度分布的模拟结果和实验结果, 图中 u 为 x 方向的速度。从比较结果来看, 双方程 $K-\epsilon$ 模型的模拟结果与实验结果吻合得较好, 而两种零方程模型的模拟结果均与实验结果有比较大的差别。从与实验结果的吻合程度来看, Prandtl 的混合长度理论模型似乎比 Chen 的零方程模型和实验结果更接近, 但仔细分析 Chen 的零方程模型的结果, 在 $x=3.0\text{ m}$ 和 $y=0.084\text{ m}$ 这两个速度剖面均出现了与实验测量结果趋势不一致的现象。在 $x=3.0\text{ m}$ 剖面, 靠近房间的底部, 实验测量速度矢量方向是向左的, 但是在 Chen 的零方程模型中预测的这个区域的速度矢量方向是向右的, 这主要是由于它把左下角的涡预测得过大所致。正是由于这个原因, 在其他区域 Chen 的零方程模型得到的数据看起来与实验吻合得不错, 对于 $y=0.084\text{ m}$ 这个剖面也存在同样情况。从流线图并结合各个剖面速度分布与实验的对比, 也可以得出这样的结论, 在强迫对流工况中, 三种模型预测的结果差别较大, 双方程 $K-\epsilon$ 模型的预测结果和实验结果吻合较好, 明显优于 Prandtl 的混合长度理论, 而 Prandtl 的混合长度理论模型的预测结果又优于 Chen 的零方程模型。

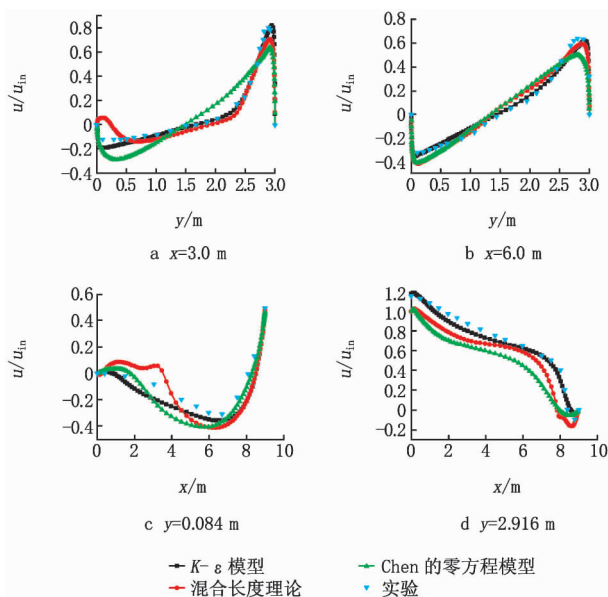


图 3 强迫对流各个剖面速度分布的模拟结果和实验结果

4 混合对流

4.1 问题描述

混合对流对应着通风空调工程中另外一些送风形式, 是非等温送风, 在这类流动中浮升力的作

用不可忽略。本文研究的房间的尺寸如图 4 所示。送风温度 $t_{in}=15\text{ }^{\circ}\text{C}$; 房间地板的温度恒定, 为 $t_f=35\text{ }^{\circ}\text{C}$; 其他壁面温度均为 $t_w=15\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。相应的阿基米得数 Ar 为 0.037, 雷诺数 Re 为 678, 其中 Ar 和

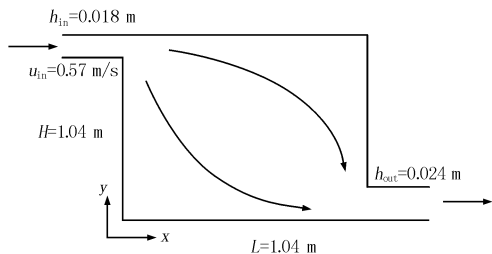


图 4 混合对流

Re 分别定义如下:

$$Ar = \beta g h_{in} \frac{T_{in} - T_f}{u_{in}^2} \quad (4)$$

式中 β 为热膨胀系数, K^{-1} ; T_{in} 和 T_f 分别为送风和房间地板热力学温度, K 。

$$Re = \rho u_{in} \frac{h_{in}}{\mu} \quad (5)$$

计算时考虑浮升力效应, 并采用 Boussinesq 近似, 采用 t_w 作为参考温度, 将密度视为温度的函数, 即

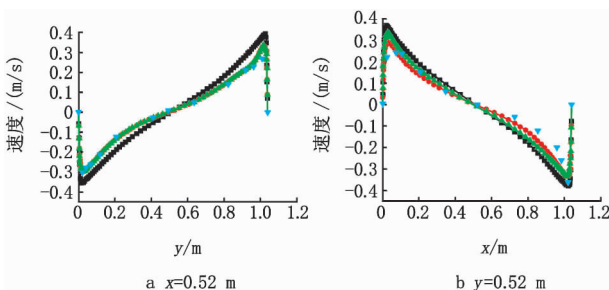
$$\rho = \rho_w [1 - \beta(t - t_w)] \quad (6)$$

式中 ρ_w 为与 t_w 相对应的流体密度, kg/m^3 。

同时在 K 方程和 ϵ 方程中计及浮升力的影响, 详细推导见文献[12], 本文不再赘述。计算方法、边界条件仍然同上面算例, 实验数据参考了文献[15]。

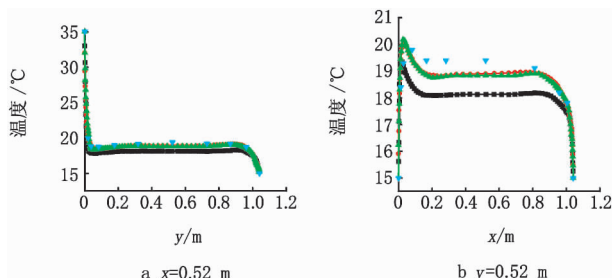
4.2 计算结果

图 5, 6 分别为速度分布与温度分布的计算结果和实验结果的比较。分析图 5, 6, 可以明显看出 Chen 的零方程模型和 Prandtl 的混合长度理论模型预测的速度场和温度场均与实验结果吻合得较好, 并且两个模型之间的预测结果差别很小, Chen



图例同图 3

图 5 混合对流速度分布比较



图例同图 3

图 6 混合对流温度分布比较

的零方程模型略好; 两种零方程模型的预测结果都要优于双方程 $K-\epsilon$ 模型的预测结果, 尤其是对温度场的预测, $K-\epsilon$ 模型的预测值明显要低于两种零方程模型的预测结果。

通常, 双方程 $K-\epsilon$ 模型比零方程模型高级, 理应能够获得更加准确的结果。然而, 在本文计算的混合对流工况中却出现了反常现象。笔者认为这是一个偶然现象, 并不具备普遍意义。进一步的研究表明, 在混合对流入口左侧壁面附近存在一个分离涡, 对于这个涡的准确预测成为该工况计算成功的一个重要因素, 虽然 Chen 的零方程模型可以预测这个分离涡, 但是从模型构造的角度来看, 其本身并不具有预测分离涡的能力。对于这个问题更深入的研究, 笔者已经另文阐述。

5 自然对流

5.1 问题描述

暖通空调研究中也会经常碰到一些封闭方腔内的湍流自然对流问题, 比如地板辐射供暖、窗户的双层玻璃、太阳能集热器、建筑物中的能量蓄积等。封闭方腔内的湍流自然对流问题也是通风空调气流组织的一个典型问题。

本文研究的方腔的高度 $H=2.5\text{ m}$, 宽度 $W=0.5\text{ m}$ (如图 7 所示), 左侧面的温度 $T_L=341.15\text{ K}$, 右侧面的温度 $T_R=295.35\text{ K}$ 。相应的流动瑞利数 Ra 约为 5.0×10^{10} , 流动处于湍流状态, 此处 Ra 定义为

$$Ra = \frac{\rho g \beta (T_L - T_R) H^3}{\mu \alpha} \quad (7)$$

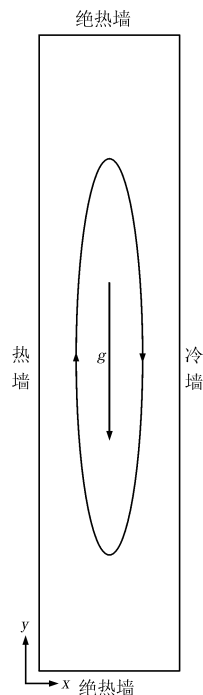
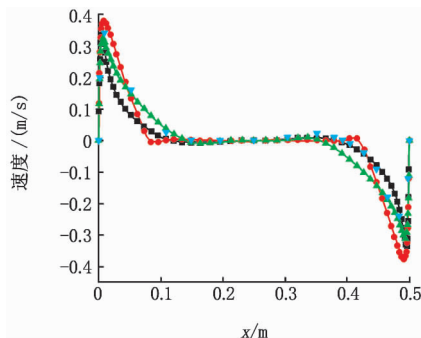


图 7 矩形方腔

式中 a 为热扩散率, m^2/s 。通过对该特征数的计算,可以判定自然对流流动状态。用于与数值模拟进行比较的实验数据来自文献[16]。

5.2 计算结果

图 8 为采用三种湍流模型计算的速度场与实验结果的比较,比较的断面为高度(y 方向)的一半处,即 $y=1.25\text{ m}$ 处,比较的是 y 方向的速度场。



图例同图 3

图 8 自然对流速度分布比较

从图 8 中可以看出,双方程 $K-\epsilon$ 模型和 Prandtl 的混合长度理论模型预测的结果与实验结果较为接近,而 Chen 的零方程模型预测的结果与实验结果差距要大些。另外,从速度分布形式来看,在矩形方腔中心位置处,速度比较小,而在靠近边壁附近速度较大,在中心与边壁的过渡区域,速度应呈现出一个变化过程。然而 Chen 的零方程模型在这个区域的预测出现明显的“折线”现象,与实验结果有较大的出入;双方程 $K-\epsilon$ 模型和 Prandtl 的混合长度理论预测结果能够较好地反映出这个区域速度变化的趋势,所得结果与实验结果吻合也较为一致。

图 9 是温度比较的结果,比较的断面仍然是 $y=1.25\text{ m}$ 处。从图中显示的结果来看,三种模型预测的温度场差别不大,它们均和实验结果存在一定的差距,数值模拟结果大于实验结果。W. Zhang^[17]曾经采用大涡模拟的方法对这个问题进行过分析,结果也发现在这个区域大涡模拟预测的结果明显较实验结果大,并对此进行分析,认为这是由于在 R. Cheesewright 的实验中,没有对矩形方腔的上下两个壁面进行很好的绝热造成的。从图 9 可以看出,本文采用的三种湍流模型计算的结果和大涡模拟结果吻合得很好。

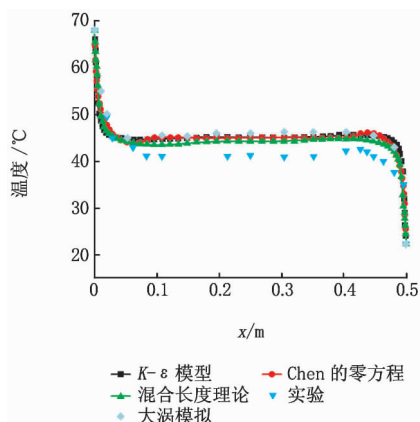


图 9 自然对流温度分布比较

6 讨论

以上计算的三种通风空调工况较为典型,也都属于比较简单的流动和传热现象,在这三种工况中 Chen 的零方程模型在混合对流工况中获得了比较好的结果,而在其他两种工况下的结果并不能令人满意,相比较而言 Prandtl 的混合长度理论在这三种工况下均获得了比较满意的结果。下面从模型的构造来进行进一步分析。

前文已经提及,在混合长度理论和 Chen 的零方程模型中湍流黏度 μ_t 都是仅与几何位置及时均速度有关,而与湍流的特性参数无关,但是仔细分析却发现,混合长度理论中的 μ_t 存在一个时均应变变化率张量 S_{ij} ,而 Chen 的零方程模型中仅是速度 v 。由式(2)Prandtl-Kolmogorov 的假设,可以知道湍流黏度 μ_t 与湍流动能 K 存在关系,而从湍流理论中^[18]也可以知道,湍流脉动动能的产生是从时均速度剪切中获得能量的,时均应变变化率张量 S_{ij} 越大,湍流脉动动能也就越大,从这点上来看,混合长度理论虽然没有直接和湍流脉动发生关系,但通过 S_{ij} 与湍流脉动间接发生了关系。但混合长度理论也有着明显的缺陷,比如对于管道流动,在中心线位置湍流黏度为零,这显然是不对的。从以上分析来看,虽然这两个模型都属于零方程模型,计算量基本上也差别不大,但相对于 Chen 的零方程模型来说,Prandtl 的混合长度理论更合理些。

从 Prandtl 的混合长度理论推导过程来看,它是根据一类简单的剪切流动得到的半经验半理论公式,其预测剪切流动已经能够获得比较好的结果。而空调通风气流组织中会碰到大量的风口射

流流动,这种射流也可以归结为自由(受限)湍流剪切流动,Prandtl 的混合长度理论针对这类问题已经有比较成熟的解决方法^[12]。与之相反的是 Chen 的零方程模型,它是根据 DNS 数据进行拟合而得到的经验公式,从这点上来看,如果需要模拟的流动和传热问题与 DNS 模拟的流动相类似,则可以获得较好的结果,如果不类似,则很难获得比较好的结果,可见其适用范围局限性较大。

零方程模型的提出主要是为了解决暖通空调气流组织数值计算中计算量大的问题,但就计算精度来说,零方程模型仍然是属于较为低级的模型,由于本文计算的几种工况均是比较简单的流动,零方程模型还能获得比较不错的结果,对于更加复杂的流动要获得更高精度的数据,应当采用更加高级的模型。

7 结论

7.1 强迫对流的计算结果表明,双方程 $K-\epsilon$ 模型的预测结果优于 Prandtl 的混合长度理论,而 Prandtl 的混合长度理论的预测结果又优于 Chen 的零方程模型。

7.2 对于混合对流来说,两种零方程模型的预测结果差别不大,但它们都优于双方程 $K-\epsilon$ 模型的结果,尤其是对温度场的预测。但是总体而言,这三种湍流模型预测结果的差别不明显。

7.3 对于自然对流工况来说,双方程 $K-\epsilon$ 预测的结果和 Prandtl 的混合长度理论差别不大,它们都比 Chen 的零方程模型预测得准确,尤其是在处于中心和边壁的过渡区域,Chen 的零方程模型出现明显的“折线”现象。

7.4 总体来说,Prandtl 的混合长度理论能够获得比 Chen 的零方程模型更好的结果,从这两种零方程模型的构造着手进行分析,可以认为 Prandtl 的混合长度理论更为合理些。相对于双方程 $K-\epsilon$ 湍流模型,零方程模型仍然属于低级模型,计算精度有限,但它能极大地节约计算资源。

参考文献

[1] Chen Q, Xu W. A zero-equation turbulence model for indoor airflow simulation [J]. Energy and Buildings, 1998, 28(2): 137-144

[2] 赵彬, 李先庭, 彦启森. 用零方程湍流模型模拟通风空调室内的空气流动[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2001, 41(10): 109-113

[3] Zhao Bin, Li Xianting, Yan Qisen. A simplified system for indoor airflow simulation[J]. Building and Environment, 2003, 38(4): 543-552

[4] 赵彬, 李先庭, 彦启森. 室内空气流动的简捷数值模拟方法[J]. 暖通空调, 2003, 33(3): 102-104

[5] 赵彬, 李先庭, 彦启森. 用 CFD 方法指导通风空调设计[J]. 制冷与空调, 2001, 1(5): 11-15

[6] 赵彬, 李先庭, 彦启森. 置换通风的数值模拟[J]. 应用力学学报, 2002, 19(4): 75-79

[7] 简晓文, 陈江平, 陈芝久. 一种简便实用的汽车空调车室设计仿真方法[J]. 流体机械, 2001, 29(5): 50-52

[8] 杨建坤, 张旭, 刘东, 等. 自然通风作用下中庭建筑热环境的数值模拟[J]. 暖通空调, 2005, 35(5): 26-29

[9] 王刚, 廉乐明, 胡松涛, 等. 零方程模型在大空间建筑热环境模拟中的应用[J]. 建筑热能通风空调, 2003, 22(2): 1-3

[10] 徐光芬. 某体育馆气流组织的 CFD 分析[D]. 重庆: 重庆大学, 2003

[11] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002

[12] 陶文铨. 数值传热学[M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001

[13] Wolfstein M. The velocity and temperature distribution of one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient [J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1969, 12(3): 301-318

[14] Nielsen P V, Restivo A, Whitelaw J H. The velocity characteristics of ventilated rooms [J]. J Fluids Engineering, 1978, 100(3): 291-298

[15] Baly D, Mergui S, Niculae C. Confined turbulent mixed convection in the presence of a horizontal buoyant wall jet [J]. ASME, Heat Transfer Division, (Publication) HTD, 1992, 213: 65-72

[16] Cheesewright R, King K J, Ziai S. Experimental data for the validation of computer codes for the prediction of two-dimensional buoyant cavity flows [J]. ASME, Heat Transfer Division, (Publication) HTD, 1986, 60: 75-81

[17] Zhang W, Chen Q. Large eddy simulation of indoor airflow with a filtered dynamic subgrid scale model [J]. Int J Heat and Mass Transfer, 2000, 43(17): 3219-3231

[18] Hinze J O. Turbulence [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1975