

凝固热采集换热器中层流水冻结特性研究^{*}

哈尔滨工业大学 钱剑峰[☆] 张承虎 孙德兴

摘要 采用准稳态近似方法分析了常壁温下凝固热采集换热器管内层流流动水的冻结过程,讨论了 0~4℃ 水在不同 Re 、不同管径、不同壁温等工况下的冻结特性。结果表明,层流水冻结过程中,在结冰初期某一参变量的变化对量纲一冰层厚度的影响不明显,随着时间的增长其影响逐渐加大。

关键词 凝固热采集换热器 水 层流 冻结 冰层厚度 常壁温 准稳态近似方法

Freezing characteristics of laminar flow water in the solidification heat collecting exchanger

By Qian Jianfeng[★], Zhang Chenghu and Sun Dexing

Abstract Based on the quasi-steady approximate method, analyses the freezing problem of water in laminar flow regime in the exchanger tube with constant wall temperature. Discusses the freezing characteristics of water at 0~4℃ in different conditions such as different Reynolds numbers, tube diameters and wall temperatures. The results indicate that the influence of these parameters on dimensionless thickness of ice layer is inapparent at the beginning of freezing and gradually enhances with time.

Keywords solidification heat collecting exchanger, water, laminar flow, freezing, ice layer thickness, constant wall temperature, quasi-steady approximate method

★ Harbin Institute of Technology, Harbin, China

①

0 引言

目前,地下水地源热泵应用中普遍存在浪费或污染水资源的问题,相比而言,地表水地源热泵在热能利用过程中不存在上述不良现象,有着广阔的发展前景。然而,目前国内外在地表水地源热泵的应用中,常要求水在热能利用过程不发生结冰现象。在气候温暖和寒冷地区(包括上海、西安、北京和哈尔滨等城市),冬季地表水温度常低于 4℃,为防止热能利用过程中水结冰,系统必须增添辅助热源,这一模式对我国绝大部分地区来说,在工程应用上不具有经济可行性,它也是制约地表水冷热源向北方发展的瓶颈。

由于水具有巨大的凝固热,故笔者提出开发新型地表水地源热泵系统(即凝固热采集热泵系统)

的想法。新型热泵系统的关键设备是凝固热的采集换热器,它须具有连续结冰与除冰的双重功能,类似于管壳式换热器,管内走水,管外走载冷剂。研究流动水的冻结特性对这一换热器装置的设计、制造与优化意义重大,本文将从较为简单的层流流动水的管内冻结情况着手进行理论分析。

1 层流水管内冻结的数学模型

图 1 为层流水流在凝固热采集换热器管中冻结过程的物理模型示意图,其中水流的入口温度为 t_e 。为简便起见,在物理模型中作如下假设:1) 冰层足够薄,在冰层内的导热可认为是一维的;2) 流

①☆ 钱剑峰,男,1979 年 9 月生,在读博士研究生
150090 哈尔滨工业大学市政环境工程学院 2651 号
(0451) 86283783 (0) 13054261117
E-mail: qianjianfeng2002@163.com
收稿日期:2006-06-06
修回日期:2007-01-21

* 国家自然科学基金资助项目(编号:50578048)

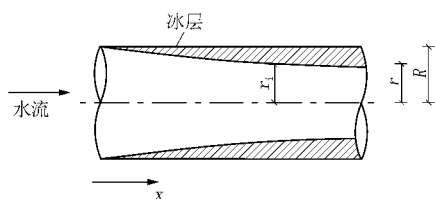


图1 层流水管内冻结的物理模型

体与管壁对流换热的热流密度 q_c 仅是流动方向 x 的函数,且不随时间变化;3) 两相物性参数均匀一致并存在明确的固-液相界面;4) 管壁温度保持恒定。

根据上述假定,可得冰层内导热的控制方程:

$$a_s \left(\frac{\partial^2 t_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_s}{\partial r} \right) = \frac{\partial t_s}{\partial \tau} \quad r_i \leq r \leq R \quad (1)$$

式中 a_s 为冰的热扩散率, m^2/s ; t_s 为冰的温度, $^{\circ}\text{C}$; r 为考查点距管轴的距离, m ; τ 为时间, s ; r_i 为相界面距管轴的距离, m ; R 为圆管半径, m 。

边界条件及初始条件见式(2)~(4)。式(5)为相界面能量平衡方程。

$$t_s(r=R, \tau) = t_0 \quad (2)$$

$$t_s(r=r_i, \tau) = t_f \quad (3)$$

$$r_i(\tau=0) = R \quad (4)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial t_s(r=r_i, \tau)}{\partial r} = -\rho_s L \frac{dr_i}{d\tau} + q_c \quad (5)$$

式中 t_0 为管壁温度, $^{\circ}\text{C}$; t_f 为水的凝固温度, $^{\circ}\text{C}$; λ_s 为冰的导热系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$; ρ_s 为冰的密度, kg/m^3 ; L 为水的凝固潜热, J/kg 。

2 冻结过程的近似分析

水的冻结属于固-液相变问题,也称 Stefan 问题^[1-3],Stefan 问题精确的数学求解比较困难,在解决这些实际问题时,常求助近似方法和数值解法。常用的近似方法有积分近似法^[4]、摄动方法^[5]和准稳态方法^[6-8]等。本文运用准稳态方法对定壁温条件下管内水冻结问题作分析。

2.1 参数的量纲一化

定义如下量纲一参数:

$$\theta_s = \frac{t_s - t_0}{t_f - t_0} \quad (6)$$

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (7)$$

$$\epsilon = Ste \frac{a_s \tau}{R^2} \quad (8)$$

式中 Ste 为斯忒藩数, $Ste = \frac{c_p(t_f - t_0)}{L}$, 其中 c_p

为冰的比定压热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

$$\beta = \frac{q_c R}{\lambda_s(t_f - t_0)} \quad (9)$$

将量纲一参数代入式(1)~(5),可得

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} = Ste \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} \quad \xi_i \leq \xi \leq 1 \quad (10)$$

式中 $\xi_i = \frac{r_i}{R}$ 。

$$\theta_s(\xi=1, \epsilon) = 0 \quad (11)$$

$$\theta_s(\xi=\xi_i, \epsilon) = 1 \quad (12)$$

$$\xi_i(\epsilon=0) = 1 \quad (13)$$

$$\frac{d\xi_i}{d\epsilon} = \frac{\partial \theta_s(\xi_i, \epsilon)}{\partial \xi} + \beta \quad (14)$$

由以上分析可以看出,管内层流水的冻结问题由两个参数控制:水和冰层表面对流换热参数 β 和斯忒藩数 Ste 。

2.2 准稳态近似方法的应用

当 Ste 小于 0.1 时,利用准稳态近似方法求得的结果较接近真实值^[8]。实际情况通常能满足这一条件,这样量纲一导热控制方程(10)中的瞬态项可以忽略,即可以令 $Ste=0$,从而式(10)简化为

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} = 0 \quad \xi_i \leq \xi \leq 1 \quad (15)$$

对式(15)在边界条件式(11),(12)下积分可得

$$\theta_s = \frac{\ln \xi}{\ln \xi_i} \quad \xi_i \leq \xi \leq 1 \quad (16)$$

将式(16)代入式(14),可得

$$\frac{d\xi_i}{d\tau} = \frac{1}{\xi_i \ln \xi_i} + \beta \quad (17)$$

对式(17)积分可求得随移动边界变化的量纲一时间 ϵ :

$$\epsilon = \int_1^{\xi_i} \frac{\xi \ln \xi}{1 + \beta \xi \ln \xi} d\xi \quad (18)$$

由上述分析可见,运用准静态近似方法求解过程中,初始条件式(4)或式(13)未曾用到,因它们在式(18)中已自然满足。

当入口水温 $t_e = t_f$ 时,水流和冰层之间无对流换热,即 $\beta=0$,此时式(18)变为

$$\epsilon = \frac{1}{4} \xi_i^2 (2 \ln \xi_i - 1) + \frac{1}{4} \quad (19)$$

由式(19)可以看出,水流与冰层之间无对流换热时,结冰厚度仅与结冰的时间有关,而与水流动方向无关。另外,式(19)也适用于水静止($Re=0$)的

状况。

当入口水温 $t_e > t_i$ 时,存在对流换热,即 $\beta > 0$,式(18)较难直接积分求解,可借助数学工具软件利用数值方法求出。

2.3 层流对流换热的热流密度

在 $RePr > 100$ 的情形下,一般可忽略轴向导热的影响^[9],在发生水冻结时管内层流流动的能量方程为

$$a_L \left(\frac{\partial^2 t_L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_L}{\partial r} \right) = u \frac{\partial t_L}{\partial x} \quad 0 \leq r \leq r_i \quad (20)$$

式中 a_L 为水的热扩散率, m^2/s ; t_L 为水的温度, $^{\circ}C$; u 为水的流速, m/s 。

边界条件为

$$t_L(x=0, r) = t_e \quad (21)$$

$$t_L(x, r=r_i) = t_i \quad (22)$$

凝固热采集热泵系统中,一方面,水冻结过程释放的凝固潜热量较大,必须分析冰层的生长情况;而另一方面,系统运行过程中结冰与除冰是连续发生的,冰层只在短期内生长,其生长厚度是很有限的,相对于圆管半径来说可忽略,即可认为 $\xi \approx 1$,冰层的增厚对水流速的影响也可忽略。为简化分析,可认为每隔一定时间,冰层将瞬间被除冰装置除去,则对于管内层流流动有

$$\frac{\partial^2 t_L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_L}{\partial r} = \frac{u}{a_L} \frac{\partial t_L}{\partial x} \quad 0 \leq r \leq R \quad (23)$$

边界条件式(22)可近似为

$$t_L(x, r=R) = t_i \quad (24)$$

定义如下量纲一参数:

$$\theta_L = \frac{t_i - t_L}{t_i - t_e} \quad (25)$$

$$U = \frac{2u}{u_{\max}} \quad (26)$$

式中 $u_{\max}$ 为管轴处流速。

$$\eta = \frac{x}{RePr} \quad (27)$$

对于 $0 \sim 4^{\circ}C$ 的水, $Pr \approx 13$,远大于 1,故可认为层流流动的速度场已达到充分发展段,即速度剖面为抛物线型,有

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (28)$$

$$U = 2(1 - \xi^2) \quad (29)$$

将上述量纲一参数代入式(23)可得

$$\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} = (1 - \xi^2) \frac{\partial \theta_L}{\partial \eta} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (30)$$

边界条件为

$$\theta_L(\eta=0, \xi) = 1 \quad (31)$$

$$\theta_L(\eta, \xi=1) = 0 \quad (32)$$

由式(30)~(32)可得出量纲一温度 $\theta_L(\eta, \xi)$,参考文献[9]的方法可得出任意 x 处的对流换热的热流密度,为

$$q_c = -\lambda_L \left(\frac{\partial t_L}{\partial r} \right)_{r=R} = \lambda_L \frac{t_i - t_e}{R} \left(\frac{\partial \theta_L}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = \frac{2\lambda_L(t_e - t_i)}{R} \sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2 \eta) \quad (33)$$

式中 λ_n 为求解能量方程得出的本征值; G_n 为本征值对应的系数。

$$\beta = \frac{2\lambda_L}{\lambda_S} \frac{t_e - t_i}{t_i - t_0} \sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2 \eta) \quad (34)$$

本征值及其对应系数见表 1。

表 1 本征值及其对应系数

n	λ_n	G_n
0	2.704	0.749
1	6.679	0.544
2	10.673	0.463
3	14.671	0.414

当 $n > 2$ 时, $\lambda_n = 4n + 8/3$,且 $G_n = 1.01276 \times \lambda_n^{-1/3}$ ^[9]。式(33), (34)对热初始段和热充分发展段均适用。联立式(18), (33), (34)可以求得任意 x 处的冰层随时间的生长规律。

从前文的分析可以看出,量纲一相界面位置 ξ_i 有如下函数关系式:

$$\xi_i = f(\epsilon, x, R, t_0, t_e, Re, Pr) \quad (35)$$

3 实例分析

采用上述方法来分析 $0 \sim 4^{\circ}C$ 水在圆管内层流流动时管壁上冰层的生长规律。水和冰的主要物性参数见表 2。水在 $0 \sim 4^{\circ}C$ 时, Pr 变化不大,取为常数 13,此时 $Ste < 0.1$,可以采用准静态近似方法。

表 2 水和冰的物性参数

	水	冰
比定压热容/(J/(kg·K))	4 200	2 100
导热系数/(W/(m·K))	0.57	2.26
密度/(kg/m ³)	1 000	920
凝固潜热/(J/kg)	334 000	
凝固温度/ $^{\circ}C$	0	

图 2~6 分别显示了不同 x, R, Re, t_0, t_e 下的

量纲一时间 ε 与量纲一相界面位置 ξ_i 的关系。

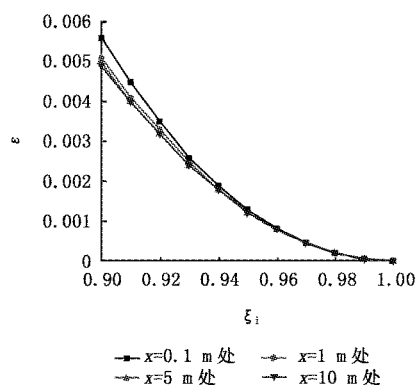


图2 不同 x 处 ε 与 ξ_i 的关系
($Re=1\,000$, $R=0.05\text{ m}$, $t_e=2\text{ }^\circ\text{C}$, $t_0=-3\text{ }^\circ\text{C}$)

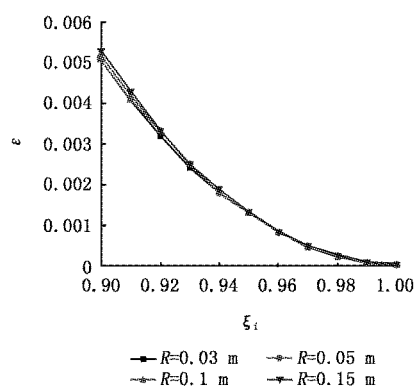


图3 不同 R 时 ε 与 ξ_i 的关系
($x=1\text{ m}$, $Re=1\,000$, $t_e=2\text{ }^\circ\text{C}$, $t_0=-3\text{ }^\circ\text{C}$)

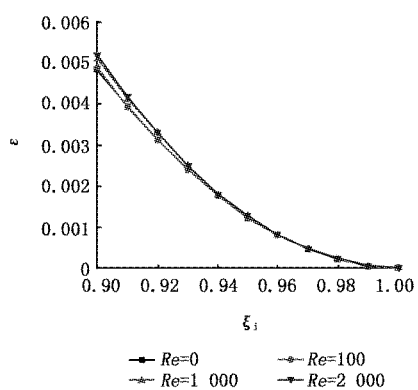


图4 不同 Re 时 ε 与 ξ_i 的关系
($x=1\text{ m}$, $R=0.05\text{ m}$, $t_e=2\text{ }^\circ\text{C}$, $t_0=-3\text{ }^\circ\text{C}$)

由图2可以看出,在 R, Re, t_e, t_0 相同时,同一时刻沿水流流动方向冰层逐渐增厚;随着时间的增长沿水流流动方向冰层厚度差异加大;但同一 x 处随着时间的增长冰层增厚的趋势逐渐减小。

由图3可以看出,在 x, Re, t_e, t_0 相同时,同一时刻随着管半径的增大 ξ_i 逐渐变大;随着时间的增

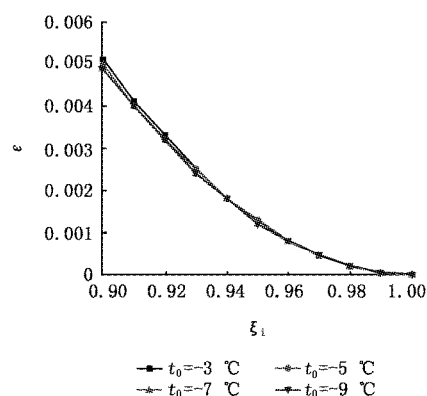


图5 不同 t_0 时 ε 与 ξ_i 的关系
($x=1\text{ m}$, $R=0.05\text{ m}$, $Re=1\,000$, $t_e=2\text{ }^\circ\text{C}$)

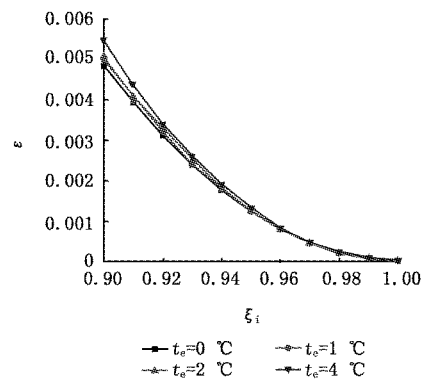


图6 不同 t_e 时 ε 与 ξ_i 的关系
($x=1\text{ m}$, $R=0.05\text{ m}$, $Re=1\,000$, $t_0=-3\text{ }^\circ\text{C}$)

长不同管半径下的冰层厚度差异加大;但同一管半径下随着时间的增长减小的趋势逐渐减小;由于水流属于层流流动,当 $0.95 \leq \xi_i \leq 1.0$ 时,不同管半径下的 ξ_i 几乎相同。

由图4可以看出,在 x, R, t_e, t_0 相同时,同一时刻随着 Re 的增大冰层变薄;随着时间的增长不同 Re 下冰层厚度差异加大;但同一 Re 下随着时间的增长冰层增厚的趋势逐渐减小;在 $0.96 \leq \xi_i \leq 1.0$ 时,不同 Re 对冰层厚度的影响不明显,冰层厚度几乎相同。

由图5可以看出,在 x, R, Re, t_e 相同时,同一时刻随着管壁温度的降低冰层变厚;随着时间的增长不同壁温下的冰层厚度差异加大;但同一壁温下随时间增长冰层增厚的趋势逐渐减小;在 $0.96 \leq \xi_i \leq 1.0$ 时,不同壁温对冰层厚度的影响不明显,冰层厚度几乎相同。

由图6可以看出,在 x, R, Re, t_0 相同时,同一时刻随着入口水温 t_e 的减小冰层变厚;随着时间的增长不同入口水温下的冰层厚度差异加大;但同一

入口水温下,随着时间的增长冰层增厚的趋势逐渐减小;在 $0.96 \leq \xi \leq 1.0$ 时,不同壁温对冰层厚度的影响不明显,冰层厚度几乎相同。

综上所述,在层流水冻结过程中,若其他参数相同,在结冰初期冰层厚度差异不明显,而随着时间的增长差异逐渐加大。原因是:水流为层流和水与冰层表面的温差比较小($0 \sim 4^\circ\text{C}$)两因素导致对流换热热流密度不大且各 x 处近似不变;而且在结冰初期冰层热阻较小,整个系统换热效果较好,结冰速率较快,此时对流换热量相对单位时间释放的凝固潜热量来说很小,可以忽略,从而在结冰初期各参变量对水的冻结特性影响较小。但是随着时间的增长,冰层增厚,冰层热阻增大,冰层厚度增长趋势减缓,整个系统换热效果变差,而对流换热热流密度则近似不变,导致此时对流换热量相对于单位时间释放的凝固潜热量来说比例增大,不可忽略,故随着时间的增长不同参变量间冰层厚度差异逐渐加大。

4 结论

4.1 在斯忒藩数较小的情况下,显热影响可以忽略,此时可以采用准稳态近似方法分析管内水的冻结过程,分析得出该过程的控制参数仅为水和冰层表面对流换热参数 β 。

4.2 分析得出了不同工况下管内水层流流动时的冻结特性。层流水冻结过程中,若其他参变量相同,则某一参变量在结冰初期对量纲一结冰厚度参数的影响不明显,而随着时间的增长影响逐渐加大。

(上接第 112 页)

的资用压力减小,水流量减少,通过各热用户的流动阻力减小,所以回水干管的水压线下降幅度比供水干管小。管网的总流量减少,流速降低,比摩阻减小,所以变化后的水压图曲线比设定水压图曲线平缓,管网系统各点压力值比设定水力工况时低。各热用户资用压力等比变小,水量变化为等比变化。

3 结论

3.1 在进行同程式系统设定水压图曲线调节时,调整各热用户和管网调节阀的开启度,很容易做到各热用户资用压力一致。而异程式系统要保证末端热用户的资用压力就必须关小其他热用户阀门,消耗掉多余的压头。从运行角度看,同程式系统

这对凝固热采集换热器装置的设计、制造有借鉴作用。

参考文献

- [1] Chan S H, Cho D H, Kocamu G. Melting and solidification with internal radiative transfer—a generalized phase change model [J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1983, 26(4): 621–633
- [2] Cho C, Ozisik M N. Effect of radiation on melting of semi-infinite medium [C] // Proceedings of 6th International Heat Transfer Conference, 1978; 373–378
- [3] Abrams M, Viskanta R. The effects of radiative heat transfer upon the melting and solidification of semi-transparent crystals [J]. J Heat Transfer, 1974, 96(2): 184–190
- [4] Chen Mingyong, Zhang Yuwen, Cheng Zhongqi. Freezing of cylindrically shaped food stuffs with boundary condition of the third kind [C] // Proceedings of 3rd International Conference on Multiphase Flow and Heat Transfer, Xi'an Jiaotong University, 1994
- [5] 宋又王. 用奇异摄动法解圆柱体的凝固问题[J]. 工程热物理学报, 1981, 2(4): 359–365
- [6] Lunardini V J. Heat transfer in cold climate [M]. New York: Van Nostrand Reinhold, 1981
- [7] Bejan A, Kraus A D. Heat transfer handbook [M]. Wiley, 2003
- [8] Latif M, Salif Gaye. Analysis of solidification and melting of PCM with energy generation [J]. Applied Thermal Engineering, 2006, 26(5): 568–575
- [9] [美]凯斯 W M, 克拉福特 M E. 对流传热与传质 [M]. 陈熙, 翟殿春, 译. 北京: 科学出版社, 1986

是节能的。

3.2 通过实验使学生直观认识到同程式供热管网系统有利于水力工况的平衡,各热用户工况改变后对管网其他用户影响较小。通过实验加深学生对异程式管网、同程式管网在水力调节和水力失调时的各种机理的认识。

3.3 在室内供热系统设计中,根据建筑物分布情况,尽量将管网设计成同程式,有利于初调节和运行调节,降低运行成本,节约能量。

参考文献

- [1] 贺平,孙刚. 供热工程[M]. 3 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- [2] 韩晓红,陈光明,邹平华. 几种典型热网水力计算及水压图显示[J]. 中国给水排水, 2003, 19(5): 73–75