

新型低温热水地板辐射供暖 结构层传热数学模型

大庆石油学院 刘晓燕[☆] 张兰双 徐 颖

摘要 同时考虑了地板结构层向下层房间传热及地板层上表面与各个墙之间的多面辐射换热,建立了地板辐射供暖结构层传热物理及数学模型。并将模拟计算结果与实测结果进行了对比分析,验证了模型及计算方法的正确性。

关键词 地板 辐射 供暖 传热 模型

Heat transfer model for floor structure layer of the low-temperature water floor panel heating system

By Liu Xiaoyan[★], Zhang Lanshuang and Xu Ying

Abstract Considering the heat transfer through the floor structure layer to the room in the lower storey and the radiant heat transfer between the floor structure layer and other surfaces, develops the physical and mathematical model. Compares the simulation results with testing results and verifies the model and the calculation methods.

Keywords floor, radiant, heating, heat transfer, model

[★] Daqing Petroleum Institute, Daqing, Heilongjiang Province, China

①

0 引言

大量的理论和试验研究证明地板辐射供暖总体比传统的散热器供暖节能 30%^[1],是目前建筑节能的一种有效方法。地板结构层传热计算是低温热水地板辐射供暖系统设计及运行管理的基础,相关研究国内外文献中已有大量论述。但多数研究者在进行辐射换热计算时,将围护结构内表面等效成一个表面,采用地板表面和等效表面两个灰体表面组成封闭系统模型,这种简化模型对于有外墙的房间显然是不合理的。在对流换热计算中,多采用水平板热面朝上的大空间自然对流模型^[2-4],而这种方法只有当房间较大时才适用;在进行传热计算时都将地板结构层下表面视为绝热^[5-6],但实际上地板下表面是向下层房间散热的。由此可见,需要对低温热水地板辐射供暖的传热问题进行更深入的分析与研究,使计算模型更符合实际,为设计及运行管理提供更准确的理论依据。

1 物理模型

忽略管道沿轴向的传热,取二维横截面为研究对象,传热管道垂直纸面方向敷设,其地板辐射供

暖结构层导热物理模型如图 1 所示。图中上表面为地板表面,下表面为下层房间顶棚表面,由于整个房间传热管间距为定值,所以取埋管中心线和传热管壁面的半圆弧线为左边界,右边界为相邻两根传热管的对称中心线,研究的区域为准矩形。

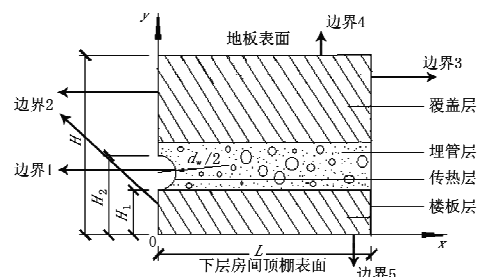


图 1 地板辐射供暖结构层导热物理模型

2 数学模型

地板辐射供暖结构层传热过程复杂,边界条件

①[☆] 刘晓燕,女,1962 年 10 生,博士,教授
163318 大庆石油学院土木建筑工程学院
(0459) 6503072
E-mail: renenggongcheng@126.com
收稿日期:2007-04-19
修回日期:2007-07-13

多样,很难进行理论求解,但为了有利于指导工程实际,可进行一定的简化,假设如下:

- 1) 热源温度恒定,热水流量为定值;
- 2) 在地板与墙体连接处敷设一定厚度的保温材料,视为绝热;
- 3) 传热管与埋管层材料接触良好,各覆盖层之间接触良好,忽略接触热阻;
- 4) 各层材料均质且为恒物性;
- 5) 管内热水流动为稳定流动;
- 6) 当布管间距远远小于布管长度时,因为沿管子轴线方向温度变化缓慢,假设沿轴线方向温度不变,即盘管表面温度是均匀一致的,传热为二维稳态。

2.1 微分方程

地板辐射供暖系统结构层传热为无内热源、常物性、二维稳态导热问题,相应的导热微分方程为

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\frac{d_w}{2}} = h_1 \left(t \Big|_{x=\frac{d_w}{2}} - \frac{t_{in} + t_{out}}{2} \right)$$

式中 λ 为传热管的导热系数, $W/(m \cdot K)$; h_1 为热水与传热管内壁的表面传热系数, $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$; t_{in} 为供水温度, $^\circ C$; t_{out} 为回水温度, $^\circ C$; d_w 为管道外径, m 。

2.2.2 左、右绝热边界

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0 \quad (x=0, 0 < y < H_1; x=0, H_2 < y < H)$$

(3)

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0 \quad (x=L, 0 < y < H)$$

(4)

2.2.3 地板上表面综合换热边界

地板表面的供热量可近似地认为等于辐射和对流换热量之和,那么综合换热系数为

$$h_y = h_r + h_c \quad (5)$$

式中 h_y 为地板上表面综合换热系数, $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$; h_r 为地板表面的辐射换热系数, $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$; h_c 为地板表面的对流换热的表面传热系数, $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$ 。

地板上表面边界条件为

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial y} = h_y(t_p - t_n) \quad (0 \leq x \leq L, y=H)$$

(6)

式中 t_p 为地板上表面温度, $^\circ C$; t_n 为室内空气温度, $^\circ C$ 。

1) 地板表面辐射换热量及换热系数

辐射供暖房间为 6 个表面组成的多表面封闭

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \quad (0 < x < L, 0 < y < H)$$

(1)

2.2 边界条件

由图 1 的物理模型可见,地板结构层热量传递共有 5 个边界。一是传热管内热水与管壁进行的强制对流换热,为第三类边界条件;二是左边界管道以外的部分,为绝热边界;三是地板右边界,为绝热边界;四是地板上表面与空气及周围表面进行对流和辐射换热,应分别计算其换热系数,再计算复合换热系数,属于第三类边界条件;五是地板下表面与下层房间的对流换热,为第三类边界条件。

2.2.1 传热管壁面边界

传热管半圆弧内壁与管内热水进行对流换热,其边界条件为

$$(0 \leq x \leq \frac{d_w}{2}, H_1 \leq y \leq H_2)$$

(2)

系统(见图 2),辐射表面总的辐射换热量和其他表面的净辐射换热量可采用网络法^[7]来计算。根据图 2 所示的房间画出其辐射换热等效网络图如图 3 所示。图 2 中,面 1 为地板表面,面 4 为外墙,面 6 为顶棚。

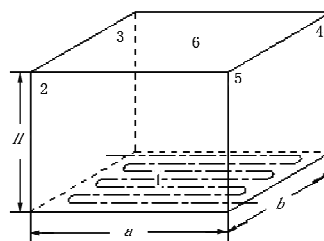


图 2 辐射供暖房间结构

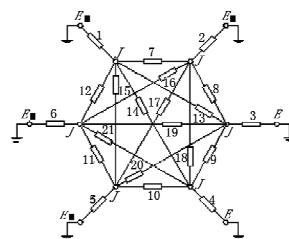


图 3 各表面间辐射换热等效网络图

所有表面对自身的角系数均为 0,现假定每个表面都是漫-灰表面,空腔中的介质不参与热辐射,将上述节点代数方程写成关于 $J_1 \sim J_6$ 有效辐射的显函数形式:

$$J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1(j \neq i)}^4 J_j X_{i,j} \quad (7)$$

每个表面的净辐射换热热量:

$$q_{ri} = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1}{\epsilon_i}} = \frac{\sigma T_i^4 - J_i}{\frac{1}{\epsilon_i}} \quad (8)$$

式(7), (8)中 q_{ri} 为各表面的净辐射换热热流密度, W/m^2 ; T_i 为围护结构内表面温度, K ; E_{bi} 为第 i 个表面的辐射力, W/m^2 ; J_i 为各表面的有效辐射, W/m^2 ; ϵ_i 为表面发射率; σ 为黑体辐射常数, $W/(m^2 \cdot K^4)$ 。

将辐射换热折合成对流换热, 换热系数为

$$h_r = \frac{q_{ri}}{t_p - t_n} \quad (9)$$

2) 地板表面对流换热

计算地板表面与室内空气的对流换热时, 通常的做法是利用水平板热面朝上的无限大空间自然对流换热关联式计算, 对于小尺寸的房间, 这种简化会带来一定的误差。Kilkis 将地板结构层简化成平面肋片模型, 提出了辐射和对流散热量计算方法^[8]。计算对流换热量时考虑到表面发射率、被加热空间的大小、海拔高度和室内非加热表面平均温度这些因素的影响。地板表面与室内空气进行对流换热的热流密度 q_c 为

$$q_c = h_c(t_p - t_n) \quad (10)$$

$$h_c = (1 - 2.22 \times 10^{-5} h)^{2.627} \times \left(\frac{4.96}{D_e}\right)^{0.08} \times 2.67(t_p - t_n)^{0.25} \quad (11)$$

$$D_e = 4 \frac{A_r}{L_r} \quad (12)$$

式(10)~(12)中 L_r 为地板的内部周长, m ; D_e 为地板表面当量直径, m ; A_r 为被加热房间的总辐射面积, m^2 ; h 为房间高度, m 。

3) 地板结构层下表面对流换热边界

$$x_{12} \left(\frac{\pi XY}{2} \right) = \ln \left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{0.5} + Y \sqrt{1+X^2} \tan^{-1} \left(\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} \right) + X \sqrt{1+Y^2} \tan^{-1} \left(\frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right) - Y \tan^{-1} \left(\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} \right) \quad (18)$$

2) 两个相互垂直平面间的角系数

对于两个垂直平面的情况见图 5, 令 $X = \frac{a}{b}$,

$$x_{12}(\pi Y) = \frac{1}{4} \left[\ln \frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+Z} + Y^2 \ln \frac{Y^2(1+Z)}{(1+Y^2)Z} + X^2 \ln \frac{X^2(1+Z)}{(1+X^2)Z} \right] + Y \tan^{-1} \left(\frac{1}{Y} \right) + X \tan^{-1} \left(\frac{1}{X} \right) - \sqrt{Z} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{Z}} \right) \quad (19)$$

如果供暖房间下层仍是一个室内空间, 那么地板结构层下表面将是下层房间的顶棚供热表面。其热损失可以通过近似的计算热流密度和相应下表面的温度给出。

$$q_x \approx h_x(t_x - t_i) = \frac{1}{R_a + \frac{1}{h_x}} (t_{|x=\frac{d_x}{2}} - t_i) \quad (13)$$

$$h_x = \sigma F_r + 0.138(t_x - t_i)^{0.25} \quad (14)$$

$$r = 4 \left(\frac{t_x + 273}{2} + \frac{\theta + 273}{2} \right)^3 \quad (15)$$

式(13)~(15)中 q_x 为地板下表面向下层房间的散热量, W/m^2 ; h_x 为地板下表面与下层房间的复合换热系数, $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$; t_x 为地板结构层下表面平均温度, $^\circ C$; R_a 为传热管外壁到地板下表面导热热阻, $(m^2 \cdot ^\circ C)/W$; t_i 为地板供暖下表面相邻房间室内设计温度, $^\circ C$; θ 为地板结构层下层房间内各非加热表面面积加权平均温度, $^\circ C$; F_r 为当地磁指数比 $A_p/A_u \leq 0.3$ 时的简化辐射交换因数, $F_r \approx \epsilon$, 其中, A_p 为铺管面积, m^2 , A_u 为加热空间总表面积, m^2 , ϵ 为表面发射率; r 为中间参数。

当 $15^\circ C \leq (t_p + \theta)/2 \leq 30^\circ C$ 时, r 可以进一步简化为

$$r = (0.0105 \frac{t_x + \theta}{2} + 0.7955) \times 10^8 \quad (16)$$

地板下表面边界条件为

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_x(t_x - t_i) \quad (0 \leq x \leq L, y = 0) \quad (17)$$

2.3 相关参数计算

2.3.1 角系数^[9-10]

1) 两个平行平面间的角系数

对于两个平行平面的情况见图 4, 令 $X = \frac{a}{c}$,

$Y = \frac{b}{c}$, 其角系数计算公式为

$Y = \frac{c}{b}$, $Z = X^2 + Y^2$, 其角系数计算公式为

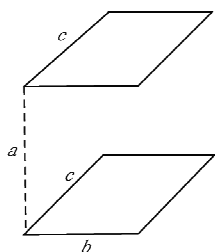


图 4 平行长方形两平面

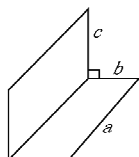


图 5 垂直长方形两平面

2.3.2 非加热表面的面积权重平均温度

由于室内各非加热表面的温度各不相同,所以非加热表面平均温度可以根据供暖房间内表面温度进行面积加权平均,计算公式为

$$t_f = \frac{\sum t_{bi} A_i}{\sum A_i} \quad (20)$$

式中 t_{bi} 为室内各非加热表面的温度, $^{\circ}\text{C}$; A_i 为室内各非加热表面的表面积, m^2 。

2.3.3 外墙内表面温度

根据文献[11],假定内墙的表面温度等于室内空气温度。根据稳态传热机理,外墙内表面温度计算公式如下:

$$t_{bw} = t_w + \frac{K'}{K} (t_n - t_w) \quad (21)$$

式中 t_{bw} 为外墙内表面温度, $^{\circ}\text{C}$; t_w 为室外设计温度, $^{\circ}\text{C}$; K 为外墙传热系数(不包括内表面对流换热), $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$; K' 为外墙的总传热系数, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

3 测试结果与数值模拟结果比较分析

用有限元方法编制了模拟计算软件,以黑龙江省大庆市哈尔滨医科大学家属区 B43 号楼 1 单元 402 的房间为例,对本文所建模型进行模拟计算,该房间尺寸为 $4.2 \text{ m} \times 3.6 \text{ m} \times 2.7 \text{ m}$,有一面北外墙,墙体为 370 mm 的砖墙加 80 mm 厚的聚苯板外保温,其他相邻房间均供暖。为了验证计算模型及计算方法,在房间地板表面及房间内布置了 70 个热电偶,在稳定供暖情况下,测试各点温度。

将按本文给出的数学模型的模拟计算结果与测试结果进行比较,如表 1 所示。

表 1 数值模拟计算结果与测试结果对比

	地板表面 平均温度	地板表面 最高温度	地板表面 最低温度	地板下表面 平均温度
模拟计算结果/ $^{\circ}\text{C}$	33.2	35.2	31.5	31.0
测试结果/ $^{\circ}\text{C}$	33.7	35.8	30.5	30.4
绝对误差/ $^{\circ}\text{C}$	0.5	0.6	1.0	0.6
相对误差/%	1.5	1.7	3.3	2.0

由表 1 可见,按本文所建立的低温热水地板辐射供暖结构层传热进行模拟计算的结果与测试数据的相对误差在 5% 以内。

4 结论

在考虑六面体封闭房间的辐射换热及地板下表面向下层房间散热的基础上,建立了辐射供暖系统地板结构层二维稳态导热数学模型。数值模拟与测试结果比较分析表明,模型计算结果与测试结果误差在 5% 以内,验证了本文建立的地板辐射供暖结构层传热数学模型的正确性。该模型的建立,为低温热水地板辐射供暖系统设计计算及研究提供了基础。

参考文献:

- [1] Abdelaziz Laouadi. Development of a radiant heating and cooling model for building energy simulation software[J]. Building and Environment, 2004, 39(4): 421-431
- [2] Lee S B. A comparative study of proportional flux-modulation and various types of temperature modulation approaches for radiant floor heating system control[G]// ASHRAE Trans, 1994, 100(1): 74-81
- [3] 凌继红,王倩. 低温热水地板辐射供暖系统的性能研究[J]. 煤气与热力, 2003, 23(3): 143-145
- [4] 孙德兴,陈海波,张吉礼. 低温热水地板辐射采暖地面散热量的分析与计算[C]// 全国暖通空调制冷 2002 年学术文集. 北京:中国建筑工业出版社, 2002: 5-8
- [5] 冯晓梅,肖勇全. 低温地板辐射供暖的动态仿真[J]. 建筑热能通风空调, 2001(6): 15-18
- [6] 王立,吴南路. 地板辐射供暖系统传热的简化解析计算[J]. 哈尔滨商业大学学报:自然科学版, 2003, 19(3): 347-349
- [7] Oppenheim A K. Radiation analysis by network method[J]. Trans ASME, 1956, 65(3): 725-735
- [8] Kilgis B I, Eltez M, Sager S S. A simplified model for the design of radiant in-slab heating panels[G]// ASHRAE Trans, 1995: 210-216
- [9] Siegel R, Howell J R. Thermal radiation heat transfer[M]. 2nd ed. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1982: 172-224, 233-273
- [10] 斯帕罗 E M, 塞斯 R D. 辐射传热[M]. 顾传保, 张学学, 译. 北京:高等教育出版社, 1982: 127-149
- [11] 杨世铭,陶文铨. 传热学[M]. 3 版. 北京:高等教育出版社, 1998