

专题
研讨

多维传热的传递函数方法的建筑热模拟应用*

北京建筑工程学院 高岩*

同济大学 范蕊

华南理工大学 赵立华

摘要 以一个建筑墙角为例,分别采用多维传热传递函数方法和数值计算方法进行了模拟计算。结果表明,两种方法获得的计算结果接近,传递函数方法在建筑热模拟领域具有一定的应用价值。

关键词 传热 传递函数 建筑热模拟

Building simulation application of multi-dimension transfer function method

By Gao Yan*, Fan Rui and Zhao Lihua

Abstract Taking one building corner as an example, makes calculation with the transfer function method and numerical heat transfer method. The results indicate that they have a good accordance, and this validates application of multi-dimension heat transfer model to building simulation.

Keywords heat transfer, transfer function method, building thermal simulation

★ Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, China

①

0 引言

传递函数方法是一种高效的热模拟方法^[1],它的优点在于摆脱了对系统内部状态的求解,简化了模拟过程。在确定了围护结构组元的输入输出关系后,完全可以从状态模型方法所需要的求解系统状态量的计算中解脱出来,给模拟计算带来很大的方便,且提高了计算效率。所以,一些知名建筑热模拟软件^[2-3]的传热计算模型多是基于传递函数的方法。

随着建筑节能工作在我国深入开展,大量低导热系数、高保温性能的建筑保温材料越来越多地被采用,这些保温材料与为满足建筑结构、形体的要求而采用的高导热系数材料共同构成建筑的围护结构。因此,由于建筑材料热特性非连续或几何条件的变化而导致具有多维热传导特性的热桥现象在现代建筑中极其普遍。热桥会明显地减小围护结构的热阻值,因此,建筑热能耗以及建筑热行

为评价计算中有必要包括热桥热损失计算,而这就需要考虑建筑围护结构的多维传热问题。但一般的建筑热模拟计算软件中,围护结构的传热都是以一维传热模型来进行模拟计算,即采用一维传热的传递函数方法进行计算。

本文采用多维传热的传递函数方法,分析包括热桥建筑围护结构的传热问题。

1 多维传热的传递函数模型算法

传递函数模型是一种输入与输出之间关系的外部描述模型。如图 1 所示,它同样可以利用离散的方法加以解决,但这里的离散已经不再是空间的离

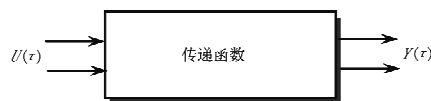


图 1 动态系统的传递函数表达

* 既有建筑综合改造关键技术与示范项目(编号:2006BAJ03A06),北京市留学人员科技活动择优资助优秀项目(编号:LXZZ2008017)

①☆ 高岩,男,1973 年 12 月生,博士,副教授
100044 北京建筑工程学院环境能源学院
(010) 68322133
E-mail:gaoyan@bucea.edu.cn
收稿日期:2008-10-20

散,而是时间的离散。热系统可以利用一系列连接系统激励和系统输出的系数来反映动态变化关系。

在该模型中,只有表面热流(Q_{se}, Q_{si})和表面温度(T_{se}, T_{si})能够被传递函数输出表达,其中 Q_{se}, Q_{si} 分别为外表面和内表面热流, T_{se}, T_{si} 分别为外

$$T_{si}(z) = T_{si}(0) + T_{si}(\Delta\tau)z^{-1} + T_{si}(2\Delta\tau)z^{-2} + \cdots + T_{si}(n\Delta\tau)z^{-n} \quad (1)$$

对于一个一维墙的传递函数模型可以利用三个传递函数 G_1, G_2, G_3 来表示,见式(2)。

$$\left. \begin{aligned} G_1(z) &= \left[\frac{Q_{se}(z)}{T_{se}(z)} \right]_{T_{si}(z)=0} \\ G_2(z) &= \left[\frac{Q_{si}(z)}{T_{se}(z)} \right]_{T_{si}(z)=0} \\ G_3(z) &= \left[\frac{Q_{si}(z)}{T_{si}(z)} \right]_{T_{se}(z)=0} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

表面热流的 Z 传递函数表达为式(3), (4)。

$$Q_{se}(z) = G_1(z)T_{se}(z) - G_2(z)T_{si}(z) \quad (3)$$

$$Q_{si}(z) = G_2(z)T_{se}(z) - G_3(z)T_{si}(z) \quad (4)$$

在时域中,式(3), (4)可以表达成式(5), (6)。

$$Q_{se}(\tau) = \sum_{j=0}^{N_d} a_j T_{se}(\tau - j\Delta\tau) - \sum_{j=0}^{N_b} b_j T_{si}(\tau - j\Delta\tau) \quad (5)$$

$$Q_{si}(\tau) = \sum_{j=0}^{N_b} b_j T_{se}(\tau - j\Delta\tau) - \sum_{j=0}^{N_c} c_j T_{si}(\tau - j\Delta\tau) \quad (6)$$

式(5), (6)中 a_j, b_j, c_j, d_j 为墙体的传递函数系数。

这样在确定一系列的传递系数以后,就可以连接系统激励,当前时间以及前面的时间间隔对应值和输出变量。

但也可以看到,此方法的应用还是基于一维热传递模型的假设,把建筑围护结构当作多层板壁墙体来处理,而缺乏对围护结构多维模型的处理。这样造成很多常用的建筑结构无法用这些一维热传递模型准确地描述,得到不理想的模拟结果。

为了解决多维传热的问题,Seem 等人提出了一种利用状态模型获取传递函数的计算方法^[5],该算法第一步是利用有限差分或有限元方法获得热系统传热模型的状态空间形式^[6],第二步是在热系统状态空间表达式的基础上计算多维热传递的传

表面和内表面温度。相反,这个热系统内部的温度场并不能明确表达。对于在时间间隔 $\Delta\tau$ 下的 Z 传递函数^[4]可以表达成多项式 z^{-k} 的和的形式,多项式的系数为在此时间间隔下各个时间点所对应的函数值(见式(1))。

递函数。

传热模型的状态空间表达式可以写成式(7)^[7]。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(\tau) &= \mathbf{W}X(\tau) + \mathbf{I}U(\tau) \\ Y(\tau) &= \mathbf{H}X(\tau) + \mathbf{D}U(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{W}, \mathbf{I}, \mathbf{H}, \mathbf{D}$ 分别为系统状态模型表达式的系数矩阵; $X(\tau), U(\tau), Y(\tau)$ 分别为状态、输入、输出向量。

假设在单位步长内, $U(\xi) = U(\tau)$, 其中 ξ 在时间间隔 $k\Delta\tau$ 与 $(k+1)\Delta\tau$ 之间,对式(7)积分得到式(8)。

$$\left. \begin{aligned} X_{k+1} &= [e^{\mathbf{W}\Delta\tau}]X_k + \mathbf{W}^{-1}[e^{\mathbf{W}\Delta\tau} - \mathbf{I}]\mathbf{I}U_k \\ Y_{k+1} &= \mathbf{H}X_{k+1} + \mathbf{D}U_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

如果假设 ξ 在时间间隔 $k\Delta\tau$ 与 $(k+1)\Delta\tau$ 之间, $U(\xi)$ 是随时间变化的线性函数, $U(\xi) = U(\tau) + \frac{\xi}{\Delta\tau}[U(\tau + \Delta\tau) - U(\tau)]$, 对式(7)积分得到式(9)。

$$\left. \begin{aligned} X_{k+1} &= \phi X_k + (\psi_1 - \psi_2)U_k + \psi_2 U_{k+1} \\ Y_{k+1} &= \mathbf{H}X_{k+1} + \mathbf{D}U_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中, $\phi = e^{\mathbf{W}\Delta\tau}$, $\psi_1 = \mathbf{W}^{-1}(e^{\mathbf{W}\Delta\tau} - \mathbf{I})\mathbf{I}$, $\psi_2 = \mathbf{W}^{-1}(\psi_1 \Delta\tau - \mathbf{I})$, 均为中间变量。式(9)的 Laplace 变换为式(10), (11)。

$$\bar{X} = \phi \bar{X} e^{-p\Delta\tau} + (\psi_1 - \psi_2) \bar{U} e^{-p\Delta\tau} + \psi_2 \bar{U} \quad (10)$$

$$\bar{Y} = [\mathbf{H}(e^{p\Delta\tau} \mathbf{I} - \phi)^{-1}(e^{p\Delta\tau} \psi_2 + \psi_1 - \psi_2) + \mathbf{D}] \bar{U} \quad (11)$$

式(10), (11)中 p 为 Laplace 变量。

写成传递函数的形式即式(12), (13)。

$$G(f) = \mathbf{H}(f\mathbf{I} - \phi)^{-1}[f\psi_2 + \psi_1 - \psi_2] + \mathbf{D} \quad (12)$$

$$\bar{Y} = G(f)\bar{U} \quad (13)$$

式(12), (13)中 f 为中间变量, $f = \exp(p\Delta\tau)$ 。

可以利用矩阵 $(f\mathbf{I} - \phi)^{-1}$ 写出式(14)。

$$(f\mathbf{I} - \phi)^{-1} = \frac{\mathbf{R}_0 f^{n-1} + \mathbf{R}_1 f^{n-2} + \cdots + \mathbf{R}_{n-1} f^0}{f^n + e_1 f^{n-1} + \cdots + e_{n-1} f + e_n} \quad (14)$$

系数矩阵 $R_j (j = 0, \dots, n-1)$ 和标量 $e_j (j = 1, \dots, n)$ 可以利用 Leverrier 算法来求解得到。

最终获得传递系数联系输入与输出的关系式(见式(15))。

$$Y_t = \sum_{j=0}^n S_j U_{t-j\Delta x} - \sum_{j=1}^n e_j Y_{t-j\Delta x} \quad (15)$$

其中 $S_0 = CR_0\Psi_2 + D$,

$S_j = C[R_{j-1}(\Psi_1 - \Psi_2) + R_j\Psi_2] + e_j D \quad (1 \leq j \leq n-1)$,

$S_n = CR_{n-1}(\Psi_1 - \Psi_2) + e_n D$ 。

这样就可以利用常系数来建立联系当前输出与当前及以前的输入和以前的输出的传递函数方程。这种方法可以用来对地下室,墙体连接部位甚至房间和整个建筑等进行多维传热的热模拟计算,同时满足快速准确地模拟的需要。

2 应用和结论

以建筑墙角为例,利用多维传热的传递函数方法计算墙体的热流。该墙体如图 2 所示,其中混凝土墙厚 180 mm(导热系数 $\lambda = 1.75 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$),保温层厚度为 40 mm($\lambda = 0.04 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$)。该墙体在室外温度为 1°C 的激励下(墙体初始温度为 0°C),无保温侧墙体外表面热流随时间变化的结果如图 3 所示。可以看出,在该温度激励下,热流随时间逐渐减小,在经过大约 40 h 后,热流接近稳态值(2.49 W),该值和利用数值计算获得的结果

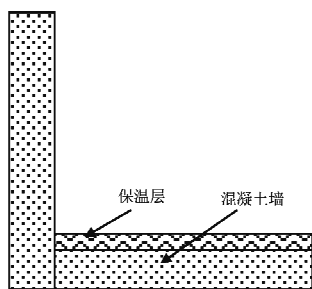


图 2 建筑墙角

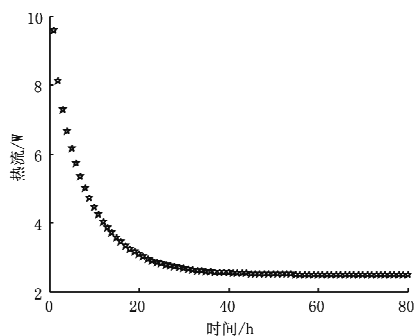


图 3 热流随时间变化曲线

是相同的。图 4 比较了传递函数方法的计算结果与数值计算获得的结果,两种方法得到的热流结果变化趋势一致,在第 1 个时间步长(1 h)相对误差近 10%,相差较大;但在第 4 个时间步长后,相对误差小于 4%,13 个时间步长后,二者的误差就在 2%以内了,该结果完全能够满足建筑热模拟的计算精度要求。

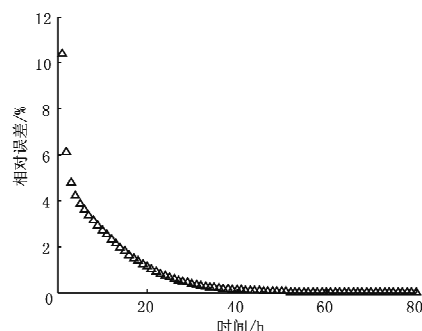


图 4 相对误差随时间变化曲线

3 结语

本文将多维传热的传递函数方法应用于建筑围护结构的热模拟,该方法可以用来分析包括热桥的建筑围护结构的传热问题。通过一墙体结构的模拟计算表明,传递函数方法计算得到的结果和其他数值模拟方法的计算结果非常接近,能够满足建筑热模拟的计算精度要求。

参考文献:

- [1] Stephenson D G, Mitalas G P. Calculation of heat transfer functions for multilayer slabs [G] // ASHRAE Trans, 1967, 73(1)
- [2] York D A, Tucker E F, Cappiello C C. DOE - 2 reference manual [M]. USA: Lawrence Berkeley Laboratory, University of California Berkeley, 1994
- [3] Klein S A. TRNSYS: A transient system simulation program [M]. USA: Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, 2000
- [4] Stephenson D G, Mitalas G P. Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs[G] // ASHRAE Trans, 1971, 77(2): 117-126
- [5] Seem J E, Klein S A. Transfer functions for efficient calculation of multidimensional transient heat transfer [J]. Journal of Heat Transfer, 1989, 111(1): 5-12
- [6] 高岩,赵立华, ROUX J J. 建筑热桥动态附加能耗减秩热模型[J]. 暖通空调, 2004, 34(9): 15-19
- [7] 高岩. 动态三维建筑热桥低阶模型及其与热模拟软件耦合的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2005: 16-25